

Implementasi Matriks Augmented dan Metode Eliminasi Gauss-Jordan untuk Menyelesaikan Masalah GPS (Studi Kasus: Menentukan Posisi Pejalan Kaki yang Tersesat)

Nadiya Azhar Mufid¹

¹ Universitas Negeri Yogyakarta; nadiyaazhar.2020@student.uny.ac.id

Abstract: *Global Positioning System (GPS)* adalah sistem navigasi berbasis satelit yang memungkinkan pengguna untuk menentukan posisi dan waktunya di manapun di dekat permukaan bumi. GPS menemukan jarak dengan mengetahui berapa lama waktu yang dibutuhkan sinyal radio untuk berpindah dari satu titik ke titik lainnya. Aljabar linear, khususnya matriks augmented dan metode eliminasi Gauss-Jordan dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan masalah GPS pada studi kasus pejalan kaki yang tersesat di gurun pasir. Akan ditentukan posisi seorang pejalan kaki yang tersesat di sebuah gurun pasir berdasarkan data posisi dan waktu satelit-satelit. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa posisi pejalan kaki yang tersesat ada di daerah gurun pasir Bilma, distrik Agadez, negara Niger, dengan posisi pada garis *longitude* adalah 11.41199 dan pada garis *latitude* adalah 18.549.

Keywords: sistem posisi global (GPS), aljabar linear, navigasi gurun

DOI:

<https://doi.org/10.47134/ppm.v1i1.111>

*Correspondence: Nadiya Azhar Mufid

Email:

nadiyaazhar.2020@student.uny.ac.id

Received: 09-09-2023

Accepted: 19-10-2023

Published: 20-11-2023



Copyright: © 2023 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Abstract: *The Global Positioning System (GPS)* is a satellite-based navigation system that enables users to determine their position and time anywhere near the Earth's surface. GPS calculates distance by knowing how long it takes for a radio signal to move from one point to another. Linear algebra, especially augmented matrices and the Gauss-Jordan elimination method, can be applied to solve GPS problems in the case study of a pedestrian lost in the desert. The position of a lost pedestrian in a desert will be determined based on satellite position and time data. The calculation results indicate that the position of the lost pedestrian is in the Bilma desert area, Agadez district, Niger, with coordinates at a longitude of 11.41199 and a latitude of 18.549.

Keywords: global positioning system (GPS), linear algebra, desert navigation

Pendahuluan

Global Positioning System (GPS) adalah sistem navigasi berbasis satelit yang memungkinkan pengguna untuk menentukan posisi dan waktunya di manapun di dekat permukaan bumi (Leva, 1996). GPS digunakan dalam berbagai situasi untuk menentukan lokasi geografis. Militer, surveyor, maskapai penerbangan, perusahaan pelayaran, dan pejalan kaki semuanya memanfaatkannya. Teknologi GPS menjadi sangat umum sehingga beberapa mobil, telepon seluler, dan berbagai perangkat genggam kini dilengkapi dengannya (Amiri-Ardakani, 2021; Bastida-Castillo, 2019; Chen, 2020; Cunningham, 2018; Dujon, 2018; Huggins, 2020; Izzo, 2020; Liu, 2018; Lu, 2018; Richards, 2022; Sarkisian, 2020; Su, 2020).

Ide dasar GPS adalah varian dari triangulasi tiga dimensi. Sebuah titik di permukaan bumi ditentukan secara unik dengan mengetahui jaraknya dari tiga titik lainnya. Di sini titik yang ingin ditentukan adalah lokasi penerima GPS, titik lainnya adalah satelit, dan jarak dihitung dengan menggunakan waktu tempuh sinyal radio dari satelit ke penerima.

Asumsikan bahwa Bumi adalah sebuah bola di mana kita menerapkan sistem koordinat (x, y, z) dengan Bumi berpusat pada titik asal dan dengan sumbu z positif yang berjalan melalui kutub utara dan tetap relatif terhadap Bumi. Sebagai contoh sederhana, diambil satu unit sama dengan jari-jari Bumi. Dengan demikian permukaan bumi menjadi satuan bola dengan persamaan $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

GPS menemukan jarak dengan mengetahui berapa lama waktu yang dibutuhkan sinyal radio untuk berpindah dari satu titik ke titik lainnya (Barr, 2019; Beato, 2018; Bixby, 2019; Halabi, 2018; Nikolaidis, 2018; Ravé, 2020; Sapucci, 2019; Zenk, 2018). Untuk itu kita perlu mengetahui kecepatan cahaya yang kira-kira sama dengan 0,47 (jari-jari bumi per seperseratus detik).

Terdapat beberapa penelitian terdahulu yang memanfaatkan GPS, di antaranya penelitian yang dilakukan oleh Hidayat & Furqan (2017) yang memanfaatkan GPS untuk mengkonsep penanganan tindak kriminal di POLRES Probolinggo, penelitian yang dilakukan oleh Putra et al., (2018) yang memanfaatkan GPS untuk memonitor jaringan irigasi desa, penelitian yang dilakukan oleh Eksan et al., (2022) yang memanfaatkan GPS untuk memonitor perawatan kendaraan roda empat, penelitian yang dilakukan oleh Rahayu et al., (2016) yang memantaafkan GPS untuk membuat aplikasi pemandu wisata kuliner Bandung, penelitian yang dilakukan oleh Susilo et al., (2017) yang memanfaatkan GPS untuk melacak posisi kendaraan, dan penelitian yang dilakukan oleh Arthana et al., (2016) yang memanfaatkan GPS untuk menggali potensi wisata.

Contoh kasus lainnya, ada seorang pelaut yang tersesat di sebuah pulau pada titik (x, y, z) pada waktu t . Pelaut tersebut tidak tahu di mana keberadannya, dan terlebih lagi, pelaut tidak memiliki jam tangan, jadi tidak tahu jam berapa sekarang. Namun, pelaut

tersebut memiliki perangkat GPS, dan menerima sinyal simultan dari empat satelit, memberikan posisi dan waktu satelit-satelit tersebut.

Pada proyek ini, penulis akan menentukan posisi seorang pejalan kaki yang tersesat di sebuah gurun pasir. Sama seperti kasus yang diungkapkan sebelumnya, pejalan kaki tidak tahu keberadannya, dan terlebih lagi, tidak mempunyai jam tangan ataupun *device* apapun yang menunjukkan waktu. Akan tetapi pejalan kaki tersebut mempunyai perangkat GPS dan menerima sinyal simultan dari empat satelit, memberikan posisi dan waktu satelit-satelit tersebut. Data posisi dan waktu tersebut akan diselesaikan dengan aljabar linear untuk menentukan posisi pejalan kaki berada.

Metode

Eliminasi Gauss Jordan merupakan modifikasi dari metode eliminasi Gauss (Mon & Kyi, 2014). Matriks koefisien akan diubah menjadi matriks lain yang jauh lebih mudah untuk dipecahkan dan sistem persamaan linear yang diwakili oleh matriks augmented baru memiliki himpunan solusi yang sama dengan sistem persamaan linear aslinya. Dalam eliminasi Gauss Jordan, tujuannya adalah mengubah matriks koefisien menjadi matriks identitas. Prosedur umum untuk eliminasi Gauss Jordan dapat diringkas dalam langkah-langkah berikut (Mon & Kyi, 2014):

1. Membuat matriks augmented dari sistem persamaan linear
2. Menggunakan operasi baris elementer (OBE) pada matriks augmented $[A|b]$ untuk mengubah matriks A menjadi bentuk matriks diagonal. Jika nol terletak di diagonal, pindah baris tersebut hingga nol tidak berada di diagonal matriks. Jika tidak memungkinkan untuk dilakukan, maka sistem memiliki solusi tak terbatas atau tidak memiliki solusi.
3. Dengan membagi elemen diagonal dan elemen sisi kanan pada setiap baris dengan elemen diagonal pada baris, jadikan setiap elemen diagonal sama dengan satu.

Misalnya, diberikan sebuah sistem persamaan linear yang terdiri atas 4 persamaan linear dengan 4 variabel.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

Langkah 1: Bentuk matriks augmentednya adalah sebagai berikut:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & b_4 \end{array} \right]$$

Langkah 2: Lakukan operasi baris elementer (OBE), yaitu dengan cara sebagai berikut:

- Menukar dua baris
- Mengalikan suatu baris dengan sebarang skalar k yang tak nol
- Menjumlahkan kelipatan k suatu baris dengan baris yang lainnya

Lakukan langkah kedua ini sampai memperoleh matriks berikut:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & 0 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & b_4 \end{array} \right]$$

Langkah 3: Membagi elemen diagonal dan elemen sisi kanan pada setiap baris dengan elemen diagonal pada baris, sehingga akan diperoleh matriks berikut:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & b_1/a_{11} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b_2/a_{22} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b_3/a_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_4/a_{44} \end{array} \right]$$

Dari matriks ini akan dapat diketahui solusi dari sistem persamaan linear tersebut.

Hasil dan Pembahasan

Ada seorang pejalan kaki yang tersesat di gurun pasir di titik (x, y, z) pada waktu t . Pejalan kaki tersebut tidak tahu dimana posisi keberadaannya dan tidak memiliki jam tangan. Akan tetapi, pejalan kaki tersebut memiliki perangkat GPS dan perangkat tersebut menerima sinyal secara bersamaan dari tiga satelit dengan posisi dan waktu seperti ditunjukkan pada Tabel 1 berikut. Data pada tabel 1 dikutip dari (Weiss, 1999). (Jarak diukur dalam satuan jari-jari bumi dan waktu dalam seperseratus detik).

Tabel 1. Data Posisi dan Waktu berdasarkan Satelit

Satelit	Posisi	Waktu
1	2.0391, 2.9786, 2.0769	7.6964
2	3.2063, 2.5651, -0.6955	7.1935
3	3.29, 2.4942, 0.5466	7.1037
4	2.1635, -1.365, 3.2862	8.0569

Data pada Tabel 1 di atas akan diselesaikan dengan metode eliminasi gauss-jordan untuk mempresiksi posisi pejalan kaki tersebut. Untuk menyederhanakan perhitungan akan diasumsikan terdapat koordinat kartesius x, y, z dengan titik $(0,0,0)$ adalah inti bumi dan panjang satuan x, y, z setara dengan radius bumi. Dengan demikian, permukaan bumi menjadi bola dengan persamaan $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Waktu diukur dalam seperseratus detik. GPS menemukan jarak dengan mengetahui berapa lama mengambil sinyal radio untuk berpindah dari satu titik ke titik lainnya. Untuk itu, kecepatan cahaya kira-kira sama dengan $0,47$ jari-jari bumi/ 10^{-2} detik.

Misalkan (x, y, z) adalah posisi orang tersebut, dan t adalah waktu ketika sinyal tiba. Tujuannya adalah untuk memecahkan x, y, z dan t . Jarak orang tersebut dari Satelit 1 dapat dihitung sebagai berikut.

Sinyal tersebut, bergerak dengan kecepatan 0.47 jari-jari Bumi/ 10^{-2} detik, dikirim tepat waktu 7.6964 dan tiba pada waktu t , jadi dibutuhkan $t - 7.6964$ seperseratus detik untuk mencapai orang tersebut. Jarak sama dengan kecepatan dikalikan dengan waktu, jadi

Satelit 1

$$d_1 = 0.47(t - 7.6964)$$

d juga dapat dinyakan dalam bentuk (x, y, z) dan posisi satelit (2.0391, 2.9786, 2.0769) menggunakan rumus jarak

$$d_1 = \sqrt{(x - 2.0391)^2 + (y - 2.9786)^2 + (z - 2.0769)^2}$$

Kombinasikan kedua hasil di atas,

$$\begin{aligned} 0.47(t - 7.6964) &= \sqrt{(x - 2.0391)^2 + (y - 2.9786)^2 + (z - 2.0769)^2} \\ 0.47^2(t - 7.6964)^2 &= (x - 2.0391)^2 + (y - 2.9786)^2 + (z - 2.0769)^2 \\ &\quad 0.2209(t^2 - 15.3928t + 59.2346) \\ &= x^2 - 4.0782x + 4.1579 + y^2 - 5.9572y + 8.8721 + z^2 - 4.1538z + 4.3135 \\ &\quad 0.2209t^2 - 3.4003t + 13.0849 \\ &= x^2 - 4.0782x + 4.1579 + y^2 - 5.9572y + 8.8721 + z^2 - 4.1538z + 4.3135 \\ 4.0782x + 5.9572y + 4.1538z - 3.4003t &= x^2 + y^2 + z^2 - 0.2209t^2 + 4.2586 \end{aligned}$$

Satelit 2

$$d_2 = 0.47(t - 7.1935)$$

d juga dapat dinyakan dalam bentuk (x, y, z) dan posisi satelit (3.2063, 2.5651, -0.6955) menggunakan rumus jarak

$$d_2 = \sqrt{(x - 3.2063)^2 + (y - 2.5651)^2 + (z + 0.6955)^2}$$

Kombinasikan persamaan d_2

$$\begin{aligned} 0.47(t - 7.1935) &= \sqrt{(x - 3.2063)^2 + (y - 2.5651)^2 + (z + 0.6955)^2} \\ 0.47^2(t - 7.1935)^2 &= (x - 3.2063)^2 + (y - 2.5651)^2 + (z + 0.6955)^2 \\ &\quad 0.2209(t^2 - 14.387t + 51.7464) \\ &= x^2 - 6.4126x + 10.2804 + y^2 - 5.1302y + 6.58 + z^2 + 1.391z + 0.4837 \\ &\quad 0.2209t^2 - 3.1781t + 11.4308 \\ &= x^2 - 6.4126x + 10.2804 + y^2 - 5.1302y + 6.58 + z^2 + 1.391z + 0.4837 \\ 6.4126x + 5.1302y - 1.391z - 3.1781t &= x^2 + y^2 + z^2 - 0.2209t^2 + 5.9133 \end{aligned}$$

Satelit 3

$$d_3 = 0.47(t - 7.1037)$$

d juga dapat dinyakan dalam bentuk (x, y, z) dan posisi satelit (3.29, 2.4942, 0.5466) menggunakan rumus jarak

$$d_3 = \sqrt{(x - 3.29)^2 + (y - 2.4942)^2 + (z - 0.5466)^2}$$

Kombinasikan persamaan d_3

$$\begin{aligned} 0.47(t - 7.1037) &= \sqrt{(x - 3.29)^2 + (y - 2.4942)^2 + (z - 0.5466)^2} \\ 0.47^2(t - 7.1037)^2 &= (x - 3.29)^2 + (y - 2.4942)^2 + (z - 0.5466)^2 \\ &\quad 0.2209(t^2 - 16.1138t + 64.9136) \\ &= x^2 - 6.58x + 10.8241 + y^2 - 4.9884y + 6.221 + z^2 - 1.0932z + 0.2988 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 0.2209t^2 - 3.1384t + 11.1472 \\
 & = x^2 - 6.58x + 10.8241 + y^2 - 4.9884y + 6.221 + z^2 - 1.0932z + 0.2988 \\
 & 6.58x + 4.9884y + 1.0932z - 3.1384t = x^2 + y^2 + z^2 - 0.2209t^2 + 6.1967
 \end{aligned}$$

Satelit 4

$$d_4 = 0.47(t - 8.0569)$$

d juga dapat dinyakan dalam bentuk (x, y, z) dan posisi satelit $(2.1635, -1.365, 3.2862)$ menggunakan rumus jarak

$$d_4 = \sqrt{(x - 2.1635)^2 + (y + 1.365)^2 + (z - 3.2862)^2}$$

Kombinasikan persamaan d_4

$$\begin{aligned}
 0.47(t - 8.0569) &= \sqrt{(x - 2.1635)^2 + (y + 1.365)^2 + (z - 3.2862)^2} \\
 0.47^2(t - 8.0569)^2 &= (x - 2.1635)^2 + (y + 1.365)^2 + (z - 3.2862)^2 \\
 & 0.2209(t^2 - 15.1436t + 57.3322) \\
 & = x^2 - 4.327x + 4.6807 + y^2 + 2.73y + 1.8632 + z^2 - 6.524z + 10.6406 \\
 & 0.2209t^2 - 3.5595t + 14.3394 \\
 & = x^2 - 4.327x + 4.6807 + y^2 + 2.73y + 1.8632 + z^2 - 6.524z + 10.6406 \\
 4.327x - 2.73y + 6.524z - 3.5595t &= x^2 + y^2 + z^2 - 0.2209t^2 + 2.8451
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh sistem dari 3 persamaan dalam x, y, z dan t .

$$\begin{aligned}
 4.0782x + 5.9572y + 4.1538z - 3.4003t &= x^2 + y^2 + z^2 - 0.2209t^2 + 4.2586 \\
 6.4126x + 5.1302y - 1.391z - 3.1781t &= x^2 + y^2 + z^2 - 0.2209t^2 + 5.9133 \\
 6.58x + 4.9884y + 1.0932z - 3.1384t &= x^2 + y^2 + z^2 - 0.2209t^2 + 6.1967 \\
 4.327x - 2.73y + 6.524z - 3.5595t &= x^2 + y^2 + z^2 - 0.2209t^2 + 2.8451
 \end{aligned}$$

Persamaan di atas bukan persamaan linear, tetapi bentuk nonlinearnya sama pada setiap persamaan. Jika kita kurangkan persamaan 2, 3, dan 4 dengan persamaan kesatu, akan diperoleh sistem persamaan linear berikut.

$$\begin{aligned}
 2.3344x - 0.827y - 5.5448z - 0.2222t &= 1.6547 \\
 2.5018x - 0.9688y - 3.0606z - 0.2619t &= 1.9381 \\
 0.2488x - 8.6872y + 2.3702z - 0.1592t &= -1.4135
 \end{aligned}$$

Kemudian selesaikan SPL tersebut. Ubah menjadi bentuk augmented matriks

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2.3344 & -0.827 & -5.5448 & -0.2222 & 1.6547 \\ 2.5018 & -0.9688 & -3.0606 & -0.2619 & 1.9381 \\ 0.2488 & -8.6872 & 2.3702 & -0.1592 & -1.4135 \end{array} \right]$$

Lakukan OBE sehingga diperoleh matriks eselon baris

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -0.1093 & 0.9319 \\ 0 & 1 & 0 & 0.013 & 0.2066 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0079 & 0.0631 \end{array} \right]$$

Diperoleh

$$\begin{aligned}
 x &= 0.9319 + 0.1093t \\
 y &= 0.2066 - 0.013t \\
 z &= 0.0631 + 0.0079t
 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai tersebut ke dalam persamaan (1)

$$\begin{aligned} & 4.0782(0.9319 + 0.1093t) + 5.9572(0.2066 - 0.013t) + 4.1538(0.0631 + 0.0079t) \\ & \quad - 3.4003t \\ & = (0.9319 + 0.1093t)^2 + (0.2066 - 0.013t)^2 + (0.0631 + 0.0079t)^2 \\ & \quad - 0.2209t^2 + 4.2586 \end{aligned}$$

Sederhanakan bentuk

$$\begin{aligned} -2.9992t + 5.2933 &= -0.2087t^2 + 0.1993t + 5.1737 \\ 0.2087t^2 - 3.1985t + 0.1196 &= 0 \end{aligned}$$

Terdapat dua solusi,

$$t = 15.2883 \text{ dan } t = 0.0375$$

Jika $t = 13.5816$, maka

$$\begin{aligned} x &= 0.9319 + 0.1093(15.2883) = 2.6029 \\ y &= 0.2066 - 0.013(15.2883) = 0.0079 \\ z &= 0.0631 + 0.0079(15.2883) = 0.1839 \end{aligned}$$

Diperoleh

$$(x, y, z) = (2.6029, 0.0079, 0.1839)$$

Solusi pertama tidak memenuhi $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Jika $t = 0.1343$, maka

$$\begin{aligned} x &= 0.9319 + 0.1093(0.0375) = 0.936 \\ y &= 0.2066 - 0.013(0.0375) = 0.2061 \\ z &= 0.0631 + 0.0079(0.0375) = 0.0634 \end{aligned}$$

Diperoleh

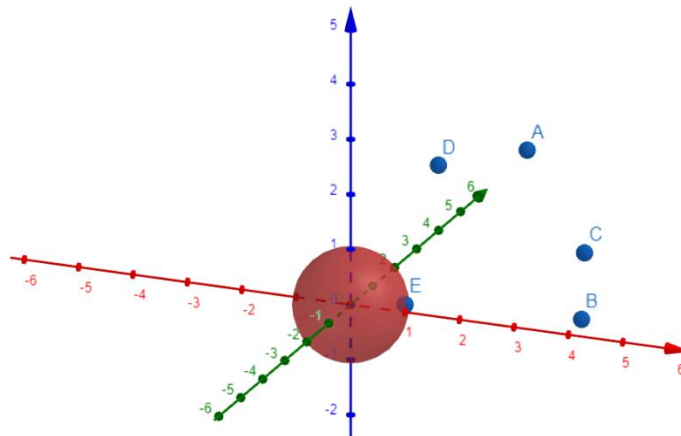
$$(x, y, z) = (0.936, 0.2061, 0.0634)$$

Solusi kedua menghasilkan $x^2 + y^2 + z^2 = 0.92259689 \approx 1$.

Sehingga, solusinya adalah solusi kedua, yaitu

$$(x, y, z) = (0.936, 0.2061, 0.0634)$$

Berikut adalah ilustrasi titik-titik posisi satelit dan posisi pejalan kaki tersebut pada Bumi.



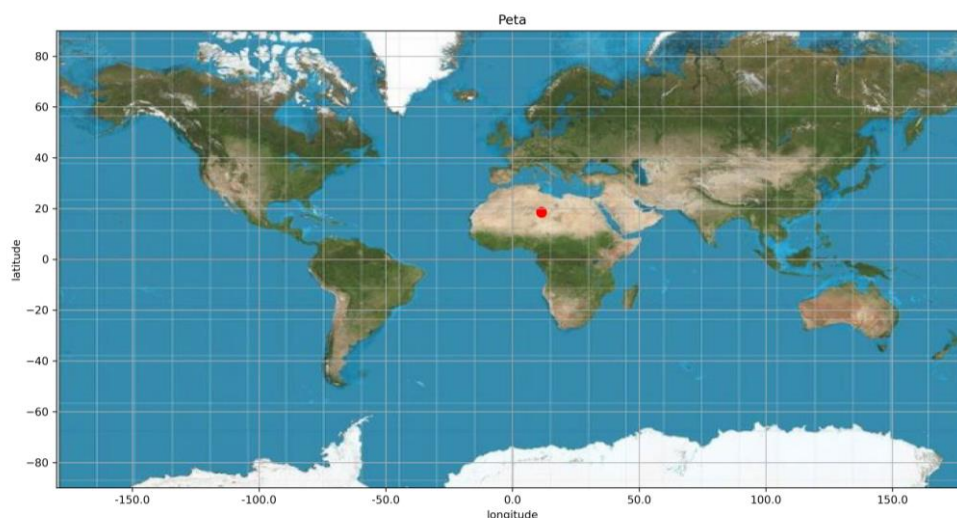
Gambar 1. Ilustrasi Posisi Satelit dan Posisi Pejalan Kaki

Dari Gambar 1 di atas, dapat diketahui posisi dari Satelit 1, Satelit 2, Satelit 3, Satelit 4, dan pejalan kaki. Dengan keterangan, titik A adalah posisi dari Satelit 1, titik B adalah posisi dari Satelit 2, titik C adalah posisi dari Satelit 3, titik D adalah posisi dari satelit 4, dan titik E adalah posisi dari pejalan kaki.

Setelah dilakukan perhitungan secara manual, akan dilakukan perhitungan dengan menggunakan *software* Python untuk menentukan posisi pejalan kaki yang tersesat di gurun pasir. Untuk melakukan perhitungan di Python, diperlukan *package cmath* untuk *matplotlib* dan *reverse_geocoder* untuk menggambar peta lokasi/posisi dimana pejalan kaki berada. Selain itu, diperlukan gambar peta dunia. *Script coding* ada di bagian lampiran. Berikut adalah *output* peta lokasi yang dihasilkan dari perhitungan dengan *software* Python.

```
Koordinat (x,y,z) adalah [0.936, 0.2061, 0.0634]
Posisi pada garis longitude adalah: 11.411999999999999
Posisi pada garis latitude adalah: 18.549
nama distrik : Agadez
daerah titiknya : Bilma
```

Gambar 2. Output Perhitungan di *Software* Python



Gambar 3. Peta Lokasi Pejalan Kaki

Dari Gambar 2 dan Gambar 3 di atas, dapat diketahui bahwa pejalan kaki berada di daerah gurun pasir Bilma, distrik Agadez, negara Niger, dengan posisi pada garis *longitude* adalah 11.41199 dan pada garis *latitude* adalah 18.549.

Simpulan

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, dapat ditarik kesimpulan bahwa aljabar linear, khususnya matriks augmented dan metode eliminasi Gauss-Jordan dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan masalah Global Positioning System (GPS) pada studi kasus pejalan kaki yang tersesat di gurun pasir. Keempat persamaan yang terbentuk dari data posisi berdasarkan satelit ditransformasikan ke dalam bentuk matriks augmented, kemudian dilakukan operasi eliminasi Gauss-Jordan pada matriks augmented tersebut sehingga menghasilkan dua solusi. Salah satu solusi merupakan solusi yang tepat terkait posisi pejalan kaki yang tersesat. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa posisi pejalan kaki yang tersesat ada di daerah gurun pasir Bilma, distrik Agadez, negara Niger, dengan posisi pada garis *longitude* adalah 11.41199 dan pada garis *latitude* adalah 18.549.

Daftar Pustaka

- Amiri-Ardakani, Y. (2021). *Pipe Break Rate Assessment While Considering Physical and Operational Factors: A Methodology based on Global Positioning System and Data-Driven Techniques* (Doctoral dissertation). Water Resources Management. doi: 10.1007/s11269-021-02911-6
- Arthana, I. K. R., Setemen, K., Purnamawan, I. K., & Andiani, N. D. (2016). Penggalan dan Penyebaran Potensi Wisata Melalui Aplikasi Mobile dengan Konsep Crowdsourcing. *Jurnal Pengabdian kepada Masyarakat dan Pendidikan Tinggi Kesejahteraan Sosial (JPTK)*, 13(1), 111–126.

- Barr, M. (2019). Validity and Reliability of 15 Hz Global Positioning System Units for Assessing the Activity Profiles of University Football Players. *Journal of Strength and Conditioning Research*, 33(5), 1371–1379. doi: 10.1519/JSC.0000000000002076
- Bastida-Castillo, A. (2019). Comparing accuracy between global positioning systems and ultra-wideband-based position tracking systems used for tactical analyses in soccer. *European Journal of Sport Science*, 19(9), 1157–1165. doi: 10.1080/17461391.2019.1584248
- Beato, M. (2018). Validity and reliability of global positioning system units (STATSports Viper) for measuring distance and peak speed in sports. *Journal of Strength and Conditioning Research*, 32(10), 2831–2837. doi: 10.1519/JSC.0000000000002778
- Bixby, H. (2019). Rising rural body-mass index is the main driver of the global obesity epidemic in adults. *Nature*, 569(7755), 260–264. doi: 10.1038/s41586-019-1171-x
- Chen, K. (2020). Hypersonic boost–glide vehicle strapdown inertial navigation system/global positioning system algorithm in a launch-centered earth-fixed frame. *Aerospace Science and Technology*, 98. doi: 10.1016/j.ast.2020.105679
- Cunningham, D. (2018). Assessing worst-case scenarios in movement demands derived from global positioning systems during international rugby union matches: Rolling averages versus fixed length epochs. *PLoS ONE*, 13(4). doi: 10.1371/journal.pone.0195197
- Dujon, A. M. (2018). Complex movement patterns by foraging loggerhead sea turtles outside the breeding season identified using Argos-linked Fastloc-Global Positioning System. *Marine Ecology*, 39(1). doi: 10.1111/maec.12489
- Eksan, S., Ponggawa, V., & Katuuk, R. E. (2022). Pemanfaatan GPS Pada Sistem Monitoring Perawatan Kendaraan Roda Empat dengan Konsep IoT. *Jurnal Elekrika*, 01(01), 23–34.
- Halabi, L. M. (2018). Performance evaluation of hybrid adaptive neuro-fuzzy inference system models for predicting monthly global solar radiation. *Applied Energy*, 213, 247–261. doi: 10.1016/j.apenergy.2018.01.035
- Hidayat, M. N. F., & Furqan, M. (2017). Konsep Penanganan Tindak Kriminal dengan Whistleblowing System (WBS) Android dan Teknologi Global Positioning System (GPS) di POLRES Probolinggo. *Prosiding Seminar Nasional Teknologi Informasi dan Aplikasinya (SENTIA)*, 9(71), 1–8.
- Huggins, R. A. (2020). The Validity and Reliability of Global Positioning System Units for Measuring Distance and Velocity During Linear and Team Sport Simulated Movements. *Journal of Strength and Conditioning Research*, 34(11), 3070–3077. doi: 10.1519/JSC.0000000000003787

- Izzo, R. (2020). The role of fatigue in football matches, performance model analysis and evaluation during quarters using live global positioning system technology at 50 Hz. *Sport Science*, 13(1), 30–35.
- Leva, J. L. (1996). An alternative closed-form solution to the GPS pseudo-range equations. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 32(4), 1430–1439. doi: 10.1109/7.543864
- Liu, Y. (2018). Implementation and analysis of tightly coupled global navigation satellite system precise point positioning/inertial navigation system (GNSS PPP/INS) with insufficient satellites for land vehicle navigation. *Sensors (Switzerland)*, 18(12). doi: 10.3390/s18124305
- Lu, Q. (2018). Uncertainty and Disturbance Estimator-Based Robust Trajectory Tracking Control for a Quadrotor in a Global Positioning System-Denied Environment. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*, 140(3). doi: 10.1115/1.4037736
- Nikolaidis, P. T. (2018). Validity and reliability of 10-Hz global positioning system to assess in-line movement and change of direction. *Frontiers in Physiology*, 9. doi: 10.3389/fphys.2018.00228
- Putra, A. S., Sukri, H., & Zuhri, K. (2018). Sistem Monitoring Realtime Jaringan Irigasi Desa (JIDES) Dengan Konsep Jaringan Sensor Nirkabel. *Indonesian Journal of Electronics and Instrumentation Systems (IJEIS)*, 8(2), 221. doi: 10.22146/ijeis.39783
- Rahayu, M. I., Putra, A. R., & Faiqunisa. (2016). Aplikasi Pemandu Wisata Kuliner Bandung Berbasis GPS. *Jurnal Desain Komunikasi Visual dan Intermedia*, 5(2), 13–18.
- Ravé, G. (2020). How to Use Global Positioning Systems (GPS) Data to Monitor Training Load in the “Real World” of Elite Soccer. *Frontiers in Physiology*, 11. doi: 10.3389/fphys.2020.00944
- Richards, K. (2022). Framing Perpetrators of Sexual Violence Who Participate in Circles of Support and Accountability (CoSA): An Analysis of Global Print Media Reporting. *International Journal of Offender Therapy and Comparative Criminology*. doi: 10.1177/0306624X221113536
- Sapucci, L. F. (2019). Global Positioning System precipitable water vapour (GPS-PWV) jumps before intense rain events: A potential application to nowcasting. *Meteorological Applications*, 26(1), 49–63. doi: 10.1002/met.1735
- Sarkisian, L. (2020). Global positioning system alerted volunteer first responders arrive before emergency medical services in more than four out of five emergency calls. *Resuscitation*, 152, 170–176. doi: 10.1016/j.resuscitation.2019.12.010

-
- Su, K. (2020). Assessment of multi-frequency global navigation satellite system precise point positioning models using GPS, BeiDou, GLONASS, Galileo and QZSS. *Measurement Science and Technology*, 31(6). doi: 10.1088/1361-6501/ab69d5
- Susilo, Y. S., Pranjoto, H., & Gunadhi, A. (2017). Sistem Pelacakan dan Pengamanan Kendaraan Berbasis GPS dengan Menggunakan Komunikasi GPRS. *Jurnal Ilmiah Widya Teknika*, 13(1), 21–32.
- Weiss, M. (1999). *Global Positioning System Receivers and Relativity* (NIST Tech. Note 1385). National Institute of Standards and Technology.
- Weiss, M. (1999). *Global Positioning System Receivers and Relativity* (NIST Technical Note 1385), 1–46.
- Zenk, S. (2018). How many days of global positioning system (GPS) monitoring do you need to measure activity space environments in health research? *Health and Place*, 51, 52–60. doi: 10.1016/j.healthplace.2018.02.004